

# *chapitre I*

## MODELISATION DE LA MACHINE ASYNCHRONE A DOUBLE ETOILE

## **I.1-INTRODUCTION :**

La modélisation d'un système quelconque est indispensable lorsque nous voulons une commande particulière de ce système et l'étude du régime transitoire.

La machine asynchrone à double étoile (MASDE) n'est pas un système simple, car de nombreux phénomènes compliqués interviennent dans son fonctionnement, comme la saturation, l'effet de peau ....etc.[2]

Cependant, nous n'allons pas tenir compte de ces phénomènes, car d'une part, leur formulation mathématique est difficile, d'autre part, leur incidence sur le comportement de la machine est considérée comme négligeable dans certaines conditions. Ceci nous permet d'obtenir des équations simples, qui traduisent fidèlement le fonctionnement de la machine.

Le modèle de la machine asynchrone à double étoile est un système de neuf équations différentielles dont les coefficients sont des fonctions périodiques du temps. La résolution d'un tel système est difficile même avec l'utilisation de l'outil informatique.

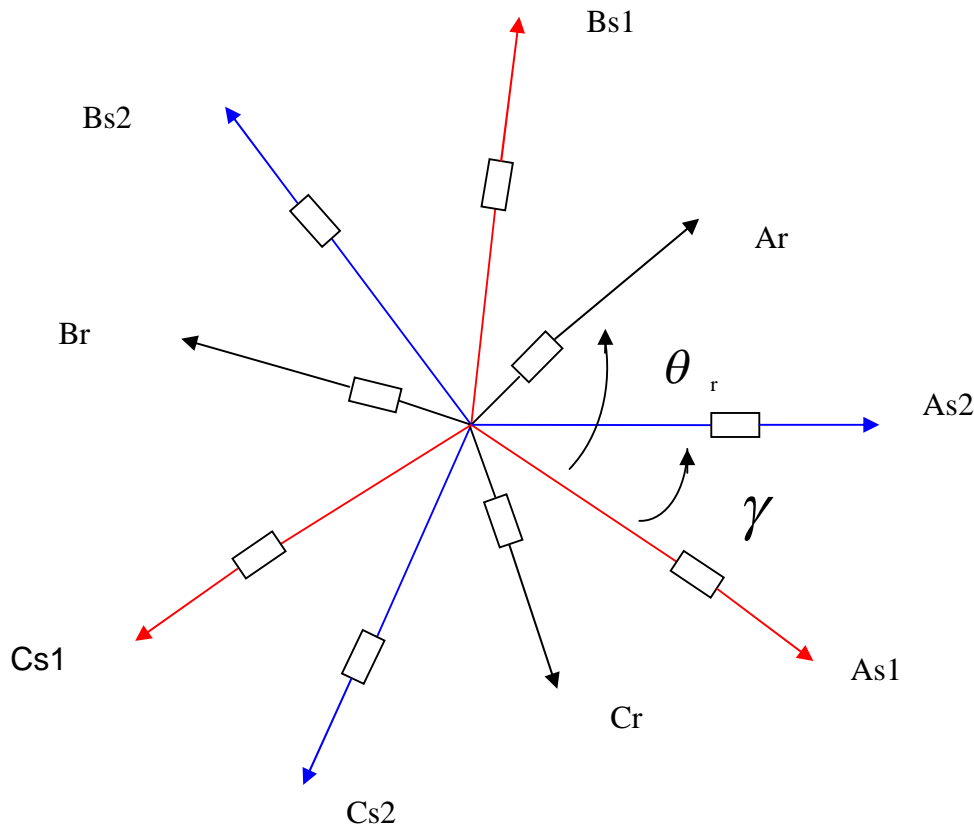
L'utilisation d'une transformation dite de PARK, qui est un changement convenable des variables, permet de détourner cette difficulté et d'obtenir un modèle facilement exploitable.

Dans ce chapitre, nous présentons la modélisation de la machine asynchrone à double étoile basée sur la résolution des équations régissant leur fonctionnement en régime dynamique.

L'étude de la modélisation des machines électriques présente un grand intérêt en raison des impératifs techniques, conduisent à concevoir et exploiter le matériel au voisinage de leurs limites technologiques.

**I.2-Description de la machine asynchrone double étoile (MASDE):**

La machine asynchrone double étoile dont nous allons étudier la mise en équation correspond à la structure de principe représentée par la figure (I-1) [3].



**Figure (I-1):** Représentation des enroulements de la MASDE.

La MASDE est composée de deux enroulements au stator fixe: As1, Bs1, Cs1 et As2, Bs2, Cs2 qui sont déphasés de  $\gamma=30^\circ$  entre eux, et de trois phases rotoriques mobiles: Ar, Br, Cr.

Dans des encoches régulièrement réparties sur la face interne de chaque enroulement sont logés trois enroulements identiques à  $p$  paires de pôles. Leurs axes sont décalés entre eux d'un angle électrique égal à  $2/3$ . Ces enroulements constituent le primaire de la machine.

Le rotor est une armature cylindrique séparée des deux enroulements du stator par un entrefer de faible épaisseur, et dont l'enroulement comporte trois phases identiques décalée de  $2/3$ . Ces enroulements représentent le secondaire de la MASDE.

La structure de ce rotor est supposée dans notre cas être un rotor à cage (barre conductrice en aluminium intégrée aux tôles ferromagnétiques).

### I.2.1-Principe de fonctionnement de la MASDE:

Les courants triphasés de fréquence « $f_s$ » alimentant le l'enroulement 1 du stator de la machine, donnent naissance à un champ tournant à la vitesse de synchronisme « $N_s$ » [3]

Tel que:

$$N_s = \frac{f_s}{p} [tr/s]$$

$p$  : est le nombre de paires de pôles.

Les mêmes courants triphasés mais décalés d'un angle  $\gamma$  alimentant le **l'enroulement 2**, du même stator donnent eux aussi naissance à un autre champ tournant à la même vitesse de synchronisme « $N_s$ ».

Ces deux Champs tournants produisent par les deux enroulements statoriques vont induire des courants dans les conducteurs du rotor, générant ainsi des forces électromotrices qui feront tourner le rotor à une vitesse « $N_r$ » inférieure à celle du synchronisme ( $N_r < N_s$ ), ainsi les effets de l'induction statoriques sur les courants induits rotoriques se manifestent par l'élaboration d'un couple de force électromagnétiques sur le rotor tel que l'écart des vitesses soit réduit.

On définit alors, une vitesse « $N'$ » dite vitesse relative des deux champs tournants par rapport au rotor:

$$N' = N_s - N_r$$

On dira alors que ces deux champs glissent par rapport au rotor et on définit ce glissement par le rapport:

$$g = \frac{N'}{N_s} = \frac{N_s - N_r}{N_s} = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s}$$

Les différents modes de fonctionnement dépendent de la valeur du glissement.



Dans notre étude, nous nous sommes intéressés au mode de fonctionnement «**Moteur**».

### **I.2.2-Hypothèses simplificatrices:**

La machine asynchrone double étoile (MASDE), avec la répartition de ses enroulements et sa géométrie propre est très complexe pour se prêter à une analyse tenant compte de sa configuration exacte. De ce fait, la mise en équations nous impose certaines hypothèses simplificatrices, dans le but d'établir un modèle simple, qui sont :[2],[3],[9]

- La machine est de constitution symétrique.
- On suppose que le circuit magnétique est parfaitement feuilleté au stator et au rotor (seul les enroulements sont parcourus par des courants) et que la densité de courant peut être considérée comme uniforme dans la section des conducteurs élémentaires (absence d'effet pelliculaire).
- Les résistances des enroulements ne varient pas avec la température.
- On suppose que le circuit magnétique n'est pas saturé, condition nécessaire pour considérer les flux comme fonction linéaire des courants.
- On considère que la force magnétomotrice créée par chacune des phases statoriques et rotoriques est à répartition sinusoïdale.
- L'entrefer est d'épaisseur uniforme et l'effet d'encochage est négligé, les inductances propres sont constantes et les inductances mutuelles sont des fonctions sinusoïdales de l'angle entre les axes rotoriques et statoriques.

### **I.2.3-Modèle de la machine asynchrone triphasée double étoile:**

#### **I.2.3.1- Les équations électriques de la machine :**

Avec les hypothèses citées ci-dessus, les équations des tensions des phases des deux enroulements du stator et du rotor s'écrivent comme suit :

$$[V_{s,abc1}] = [R_{s1}] [i_{s,abc1}] + \frac{d}{dt} [\varphi_{s,abc1}] \quad (I-1)$$

$$[V_{s,abc2}] = [R_{s2}] [i_{s,abc2}] + \frac{d}{dt} [\varphi_{s,abc2}] \quad (1-2)$$

$$[0] = [R_r] [i_{r,abc}] + \frac{d}{dt} [\varphi_{r,abc}] \quad (1-3)$$

Sachant que :

$$[V_{s,abc1}] = \begin{bmatrix} V_{sa1} \\ V_{sb1} \\ V_{sc1} \end{bmatrix}, \quad [V_{s,abc2}] = \begin{bmatrix} V_{sa2} \\ V_{sb2} \\ V_{sc2} \end{bmatrix}$$

De même :

$$[i_{s,abc1}] = \begin{bmatrix} i_{sa1} \\ i_{sb1} \\ i_{sc1} \end{bmatrix}, \quad [i_{s,abc2}] = \begin{bmatrix} i_{sa2} \\ i_{sb2} \\ i_{sc2} \end{bmatrix}, \quad [i_{r,abc}] = \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix}$$

$$[R_{s1}] = \begin{bmatrix} r_{s1} & 0 & 0 \\ 0 & r_{s1} & 0 \\ 0 & 0 & r_{s1} \end{bmatrix}, \quad [R_{s2}] = \begin{bmatrix} r_{s2} & 0 & 0 \\ 0 & r_{s2} & 0 \\ 0 & 0 & r_{s2} \end{bmatrix}, \quad [R_r] = \begin{bmatrix} r_r & 0 & 0 \\ 0 & r_r & 0 \\ 0 & 0 & r_r \end{bmatrix}$$

$r_{s1}, r_{s2}, r_r$  : Résistances des deux enroulements statoriques et du rotor.

Les flux sont donnés

$$\begin{bmatrix} \varphi_{s, abc1} \\ \varphi_{s, abc2} \\ \varphi_{r, abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{s1, s1} & L_{s1, s2} & L_{s1, r} \\ L_{s2, s1} & L_{s2, s2} & L_{s2, r} \\ L_{r, s1} & L_{r, s2} & L_{r, r} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{s, abc1} \\ i_{s, abc2} \\ i_{r, abc} \end{bmatrix}$$

$$\text{Avec:} \quad [\varphi_{s,abc1}] = \begin{bmatrix} \varphi_{sa1} \\ \varphi_{sb1} \\ \varphi_{sc1} \end{bmatrix}, \quad [\varphi_{s,abc2}] = \begin{bmatrix} \varphi_{sa2} \\ \varphi_{sb2} \\ \varphi_{sc2} \end{bmatrix}, \quad [\varphi_{r,abc}] = \begin{bmatrix} \varphi_{ra} \\ \varphi_{rb} \\ \varphi_{rc} \end{bmatrix}$$

Tel que:

$$[L_{s1s1}] = \begin{bmatrix} (L_{s1} + L_{ms}) & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & (L_{s1} + L_{ms}) & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & (L_{s1} + L_{ms}) \end{bmatrix}$$

$$[L_{s2s2}] = \begin{bmatrix} (L_{s2} + L_{ms}) & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & (L_{s2} + L_{ms}) & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & (L_{s2} + L_{ms}) \end{bmatrix}$$

$$[L_{rr}] = \begin{bmatrix} (L_r + L_{mr}) & -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & (L_r + L_{mr}) & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & (L_r + L_{mr}) \end{bmatrix}$$

$$[L_{s1s2}] = \begin{bmatrix} L_{ms} \cos(\gamma) & L_{ms} \cos(\gamma + \frac{2\pi}{3}) & L_{ms} \cos(\gamma + \frac{4\pi}{3}) \\ L_{ms} \cos(\gamma + \frac{4\pi}{3}) & L_{ms} \cos(\gamma) & L_{ms} \cos(\gamma + \frac{2\pi}{3}) \\ L_{ms} \cos(\gamma + \frac{2\pi}{3}) & L_{ms} \cos(\gamma + \frac{4\pi}{3}) & L_{ms} \cos(\gamma) \end{bmatrix}$$

$$[L_{s1r}] = \begin{bmatrix} L_{sr} \cos(\theta_r) & L_{sr} \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & L_{sr} \cos(\theta_r + \frac{4\pi}{3}) \\ L_{sr} \cos(\theta_r + \frac{4\pi}{3}) & L_{sr} \cos(\theta_r) & L_{sr} \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \\ L_{sr} \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & L_{sr} \cos(\theta_r + \frac{4\pi}{3}) & L_{sr} \cos(\theta_r) \end{bmatrix}$$

$$[L_{s2r}] = \begin{bmatrix} L_{sr} \cos(\theta_r - \gamma) & L_{sr} \cos(\theta_r - \gamma + \frac{2\pi}{3}) & L_{sr} \cos(\theta_r - \gamma + \frac{4\pi}{3}) \\ L_{sr} \cos(\theta_r - \gamma + \frac{4\pi}{3}) & L_{sr} \cos(\theta_r - \gamma) & L_{sr} \cos(\theta_r - \gamma + \frac{2\pi}{3}) \\ L_{sr} \cos(\theta_r - \gamma + \frac{2\pi}{3}) & L_{sr} \cos(\theta_r - \gamma + \frac{4\pi}{3}) & L_{sr} \cos(\theta_r - \gamma) \end{bmatrix}$$

Les matrices:  $[L_{s2,s1}] = [L_{s1,s2}]^t$ ,  $[L_{r,s1}] = [L_{s1,r}]^t$ ,  $[L_{r,s2}] = [L_{s2,r}]^t$

$L_{s1}$ ,  $L_{s2}$ ,  $L_r$  : Inductances de fuites des deux enroulements statoriques et du rotor.

$L_{ms}$ ,  $L_{mr}$ ,  $L_{sr}$  : Inductances mutuelles .

$L_{ms} = L_{mr} = L_{sr} = 2/3 L_m$ .

### I.2.3.2- Equation mécanique:

Le couple électromagnétique est donné par l'expression générale suivante :

$$C_{em} = \frac{p}{2} [I]^t \cdot \left[ \frac{d}{d\theta} \cdot [L] [I] \right] \quad (I-4)$$

Avec:

$$[L] = \begin{bmatrix} L_{s1,s1} & L_{s1,s2} & L_{s1,r} \\ L_{s2,s1} & L_{s2,s2} & L_{s2,r} \\ L_{r,s1} & L_{r,s2} & L_{r,r} \end{bmatrix}; \quad [I] = \begin{bmatrix} i_{s,abc1} \\ i_{s,abc2} \\ i_{r,abc} \end{bmatrix}$$

Les sous matrices:  $L_{s1,s1}$ ,  $L_{s2,s2}$ ,  $L_{s1,s1}$ ,  $L_{s2,s1}$ ,  $L_{r,r}$ , contiennent des termes constants.

On a donc

après simplification:

$$C_{em} = \left( \frac{p}{2} \right) ( [i_{s,abc1}] \frac{d}{d\theta} [L_{s1,r}] [i_{r,abc}] + [i_{s,abc2}] \frac{d}{d\theta} [L_{s2,r}] [i_{r,abc}] ) \quad (I-5)$$

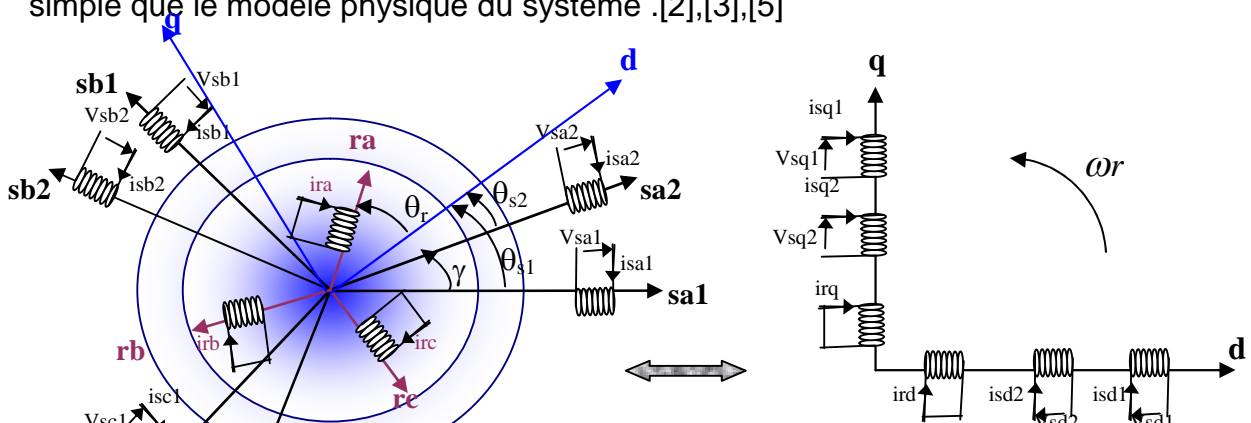
L'équation mécanique de la machine s'écrit:

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = C_{em} - C_r - K_f \Omega_r \quad (I-6)$$

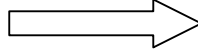
La résolution analytique des neuf équations différentielles avec l'équation du couple et de la vitesse est très compliquée car certains coefficients font intervenir des fonctions sinusoïdales dues au mouvement de rotation du rotor. De ce fait, une simplification adéquate s'impose, qui est la transformation de ce système par la méthode de **PARK**.

### I.3 Transformation de PARK :

Cette transformation consiste à transformer un système triphasé (a,b,c) en un système diphasé équivalent (d,q), afin d'obtenir un modèle mathématique plus simple que le modèle physique du système .[2],[3],[5]







Les courants, tensions et les flux se transforment de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} [V_{s,dq1}] = [P(\theta_{s1})] [V_{s,abc1}] \\ [V_{s,dq2}] = [P(\theta_{s2})] [V_{s,abc2}] \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} [i_{s,dq1}] = [P(\theta_{s1})] [i_{s,ab1}] \\ [i_{s,dq2}] = [P(\theta_{s2})] [i_{s,abc2}] \\ [i_{r,dq}] = [P(r)] [i_{r,abc}] \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} [\varphi_{s,dq1}] = [P(\theta_{s1})] [\varphi_{s,abc1}] \\ [\varphi_{s,dq2}] = [P(\theta_{s2})] [\varphi_{s,abc2}] \\ [\varphi_{r,dq}] = [P(r)] [\varphi_{r,abc}] \end{array} \right.$$

Il existe différents types de transformation de PARK. Dans notre cas, on utilise la transformé EMBED Equation.3  $p(\theta)$  ci dessous, car elle permet la conservation d'énergie, de plus cette transformation est caractérisée par les matrices orthogonales suivantes:

Pour l'enroulement1 du stator, on a :

$$P(\theta_{s1}) = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta_{s1}) & \cos(\theta_{s1} - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_{s1} + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta_{s1}) & -\sin(\theta_{s1} - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_{s1} + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Sa matrice inverse:

$$P(\theta_{s1})^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta_{s1}) & -\sin(\theta_{s1}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta_{s1} - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_{s1} - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta_{s1} + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_{s1} + \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Pour l'enroulement 2 statoriques:

$$P(\theta_{s2}) = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta_{s2}) & \cos(\theta_{s2} - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_{s2} + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta_{s2}) & -\sin(\theta_{s2} - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_{s2} + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Sa matrice inverse:

$$P(\theta_{s2})^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta_{s2}) & -\sin(\theta_{s2}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta_{s2} - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_{s2} - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta_{s2} + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_{s2} + \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

**Pour le rotor :**

$$P(\theta_r) = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta_r) & -\sin(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Sa matrice inverse:

$$P(\theta_r)^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & -\sin(\theta_r) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

### I.3.1- Application de la transformation de PARK:

#### I.3.1.1\_ Equations des tensions:

En transformant les équations de tensions statoriques et rotoriques en leurs équations dans le repère d q à l'aide de la matrice de **PARK**, et en choisissant le référentiel lié au champ tournant, nous obtenons le système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{sd1} = r_{s1} \cdot i_{sd1} + \frac{d\phi_{sd1}}{dt} - \omega_s \cdot \phi_{sq1} \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned}
V_{sq1} &= r_{s1}.i_{sq1} + \frac{d\phi_{sq1}}{dt} + \omega_s.\phi_{sd1} \\
V_{sd2} &= r_{s2}.i_{sd2} + \frac{d\phi_{sd2}}{dt} - \omega_s.\phi_{sq2} \\
V_{sq2} &= r_{s2}.i_{sq2} + \frac{d\phi_{sq2}}{dt} + \omega_s.\phi_{sd2} \\
V_{rd} &= r_r.i_{rd} + \frac{d\phi_{rd}}{dt} - (\omega_s - \omega_r).\phi_{rq} \\
V_{rq} &= r_r.i_{rq} + \frac{d\phi_{rq}}{dt} + (\omega_s - \omega_r).\phi_{rd}
\end{aligned} \tag{I-7}$$

### I.3.1.2-Equations des flux:

Les relations entre flux et courants sont données par :

$$\left\{ \begin{aligned}
\phi_{sd1} &= L_{s1}.i_{sd1} + L_m.(i_{sd1} + i_{sd2} + i_{rd}) \\
\phi_{sq1} &= L_{s1}.i_{sq1} + L_m.(i_{sq1} + i_{sq2} + i_{rq}) \\
\phi_{sd2} &= L_{s2}.i_{sd2} + L_m.(i_{sd1} + i_{sd2} + i_{rd}) \\
\phi_{sq2} &= L_{s2}.i_{sq2} + L_m.(i_{sq1} + i_{sq2} + i_{rq}) \\
\phi_{rd} &= L_r.i_{rd} + L_m.(i_{sd1} + i_{sd2} + i_{rd}) \\
\phi_{rq} &= L_r.i_{rq} + L_m.(i_{sq1} + i_{sq2} + i_{rq})
\end{aligned} \right. \tag{I-8}$$

### I.3.1.3- Equation mécanique:

#### I.3.1.3.1- Puissance instantanée:

Nous savons que la transformation de PARK utilisée conserve la puissance instantanée C-a-d :

$$P_e = [[V_{s,abc1}], [V_{s,abc2}]]^t \cdot \begin{bmatrix} i_{s,abc1} \\ i_{s,abc2} \end{bmatrix} = [[V_{s,dq1}], [V_{s,dq2}]]^t \begin{bmatrix} i_{s,dq1} \\ i_{s,dq2} \end{bmatrix} \tag{I-9}$$

$$P_e = V_{sa1}.i_{sa1} + V_{sb1}.i_{sb1} + V_{sc1}.i_{sc1} + V_{sa2}.i_{sa2} + V_{sb2}.i_{sb2} + V_{sc2}.i_{sc2}$$

$$= V_{sd1} \cdot i_{sd1} + V_{sd2} \cdot i_{sd2} + V_{sq1} \cdot i_{sq1} + V_{sq2} \cdot i_{sq2} \quad (I-10)$$

En remplaçant (I-7) dans (I-10) on aura :

$$\begin{aligned} P_e = & \left( r_{s1} i_{sd1} + \frac{d\varphi_{sd1}}{dt} - \omega_s \varphi_{sd1} \right) \cdot i_{sd1} + \left( r_{s2} i_{sd2} + \frac{d\varphi_{sd2}}{dt} - \omega_s \varphi_{sd2} \right) \cdot i_{sd2} \\ & + \left( r_{s1} i_{sq1} + \frac{d\varphi_{sq1}}{dt} + \omega_s \varphi_{sd1} \right) \cdot i_{sq1} + \left( r_{s2} i_{sq2} + \frac{d\varphi_{sq2}}{dt} - \omega_s \varphi_{sd2} \right) \cdot i_{sq2} \\ P_e = & \left\{ r_{s1} \cdot (i_{sd1})^2 + r_{s2} \cdot (i_{sd2})^2 + r_{s1} \cdot (i_{sq1})^2 + r_{s2} \cdot (i_{sq2})^2 \right\} \\ & + \left\{ \frac{d\varphi_{sd1}}{dt} i_{sd1} + \frac{d\varphi_{sd2}}{dt} i_{sd2} + \frac{d\varphi_{sq1}}{dt} i_{sq1} + \frac{d\varphi_{sq2}}{dt} i_{sq2} \right\} + \left\{ \omega_s (\varphi_{sd1} \cdot i_{sq1} + \varphi_{sd2} \cdot i_{sq2} - \varphi_{sq1} \cdot i_{sd1} \right. \\ & \left. - \varphi_{sq2} \cdot i_{sd2}) \right\} \quad (I-11) \end{aligned}$$

- Le premier terme traduit les pertes joules.
- Le second terme correspond à de la puissance électromagnétique stockée dans le champ (ou le flux). Il ne s'agit pas de puissance dissipée par effet Joule puisque le circuit est parfait donc pas de transformation d'énergie.
- Le troisième terme entre accolades ne représente que la puissance électrique transformée en puissance mécanique puisque notre modélisation néglige les pertes fer.

#### I.3.1.3.2-Couple instantané:

La puissance peut se mettre sous la forme :

$$P_e = C_{em} \cdot \frac{\omega_s}{p} = \omega_s \cdot (\varphi_{sd1} \cdot i_{sq1} + \varphi_{sd2} \cdot i_{sq2} - \varphi_{sq1} \cdot i_{sd1} - \varphi_{sq2} \cdot i_{sd2}) \quad (I-12)$$

Donc:

$$C_{em} = p \cdot (\varphi_{sd1} \cdot i_{sq1} + \varphi_{sd2} \cdot i_{sq2} - \varphi_{sq1} \cdot i_{sd1} - \varphi_{sq2} \cdot i_{sd2}) \quad (I-13)$$

P: désigne ici le nombre de paires de pôles de la machine.

En remplaçant l'équation (I-8) dans (I-13), on obtient:

$$C_{em} = p \cdot L_m \cdot [ i_{rd} \cdot (i_{sq1} + i_{sq2}) - i_{rq} \cdot (i_{sd1} + i_{sd2}) ] \quad (I-14)$$

Ou bien encore en faisant appel aux flux rotoriques  $\varphi_{rd}$  ,  $\varphi_{rq}$  , on aura:

$$C_{em} = p \frac{L_m}{L_m + L_r} (\varphi_{rd} (i_{sq1} + i_{sq2}) - \varphi_{rq} (i_{sd1} + i_{sd2})) \quad (I-15)$$

Donc l'équation mécanique de la MASDE s'écrit:

$$J \frac{d\Omega_r}{dt} = C_{em} - C_r - K_f \Omega_r \quad (I-16)$$

Avec:

$$C_{em} = p \frac{L_m}{L_m + L_r} (\varphi_{rd} (i_{sq1} + i_{sq2}) - \varphi_{rq} (i_{sd1} + i_{sd2}))$$

#### I.4-Mise sous forme d'équations d'état:

Nous choisissons dans tout ce qui suit, le vecteur  $[\varphi_{sd1}, \varphi_{sd2}, \varphi_{sq1}, \varphi_{sq2}, \varphi_{rd}, \varphi_{rq}]^t$  comme vecteur d'état, pour cela on définit le flux magnétisant  $\varphi_m$ ,

Tel que:

$$\varphi_m = \sqrt{\varphi_{md}^2 + \varphi_{mq}^2} \quad (I-17)$$

Avec:

$$\begin{cases} \varphi_{md} = L_m (i_{sd1} + i_{sd2} + i_{rd}) \\ \varphi_{mq} = L_m (i_{sq1} + i_{sq2} + i_{rq}) \end{cases}$$

Les courants statoriques et rotoriques s'écrivent alors comme suit:

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{sd1} = \frac{\varphi_{sd1} - \varphi_{md}}{L_{s1}} \\ i_{sd2} = \frac{\varphi_{sd2} - \varphi_{md}}{L_{s2}} \\ i_{sq1} = \frac{\varphi_{sq1} - \varphi_{mq}}{L_{s1}} \\ i_{sq2} = \frac{\varphi_{sq2} - \varphi_{mq}}{L_{s2}} \end{array} \right. \quad (I-18)$$

$$i_{rd} = \frac{\varphi_{rd} - \varphi_{md}}{L_r}$$

$$i_{rq} = \frac{\varphi_{rq} - \varphi_{mq}}{L_r}$$

Sachant que  $\varphi_{mq}$  et  $\varphi_{md}$  s'écrivent en fonction des flux de la machine comme suit:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_{mq} = \left( \frac{\varphi_{sq1}}{L_{s1}} + \frac{\varphi_{sq2}}{L_{s2}} + \frac{\varphi_{rq}}{L_r} \right) \times L_a \\ \varphi_{md} = \left( \frac{\varphi_{sd1}}{L_{s1}} + \frac{\varphi_{sd2}}{L_{s2}} + \frac{\varphi_{rd}}{L_r} \right) \times L_a \\ L_a = \left( \frac{1}{\frac{1}{L_m} + \frac{1}{L_{s1}} + \frac{1}{L_{s2}} + \frac{1}{L_r}} \right) \end{array} \right.$$

En remplaçant (I-17) dans (I-7), on obtient:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\varphi_{sd1}}{dt} = V_{sd1} - \frac{r_{s1}}{L_{s1}}(\varphi_{sd1} - \varphi_{md}) + \omega_s \varphi_{sq1} \\ \frac{d\varphi_{sq1}}{dt} = V_{sq1} - \frac{r_{s1}}{L_{s1}}(\varphi_{sq1} - \varphi_{mq}) - \omega_s \varphi_{sd1} \\ \frac{d\varphi_{sd2}}{dt} = V_{sd2} - \frac{r_{s2}}{L_{s2}}(\varphi_{sd2} - \varphi_{md}) + \omega_s \varphi_{sq2} \\ \frac{d\varphi_{sq2}}{dt} = V_{sq2} - \frac{r_{s2}}{L_{s2}}(\varphi_{sq2} - \varphi_{mq}) - \omega_s \varphi_{sd2} \\ \frac{d\varphi_{rd}}{dt} = V_{rd} - \frac{r_r}{L_r}(\varphi_{rd} - \varphi_{md}) + (\omega_s - \omega_r) \varphi_{rq} \\ \frac{d\varphi_{rq}}{dt} = V_{rq} - \frac{r_r}{L_r}(\varphi_{rq} - \varphi_{mq}) - (\omega_s - \omega_r) \varphi_{rd} \end{array} \right. \quad (I-19)$$

Nous mettons le système d'équations (I-18) sous forme d'un système d'équations d'état.

$$\dot{X} = AX + BU$$

Avec :  $\begin{cases} X : \text{Vecteur d'état} \\ U : \text{Vecteur d'entrée} \end{cases}$

$$X = [\varphi_{sd1}, \varphi_{sd2}, \varphi_{sq1}, \varphi_{sq2}, \varphi_{rd}, \varphi_{rq}]^t$$

Après un calcul matriciel, nous aboutissons au système suivant:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{rs1}{Ls1} + \frac{rs1.La}{Ls1^2} & \frac{rs1.La}{Ls1.Ls2} & \omega S & 0 & \frac{rs1.La}{Lr.Ls1} & 0 \\ \frac{rs2.La}{Ls1.Ls2} & -\frac{rs2}{Ls2} + \frac{rs2.La}{Ls2^2} & 0 & \omega S & \frac{rs2.La}{Lr.Ls2} & 0 \\ -\omega S & 0 & -\frac{rs1}{Ls1} + \frac{rs1.La}{Ls1^2} & \frac{rs1.La}{Ls1.Ls2} & 0 & \frac{rs1.La}{Lr.Ls1} \\ 0 & -\omega S & \frac{rs2.La}{Ls2.Ls2} & -\frac{rs2}{Ls2} + \frac{rs2.La}{Ls2^2} & 0 & \frac{rs2.La}{Lr.Ls2} \\ \frac{rr.La}{Lr.Ls1} & \frac{rr.La}{Lr.Ls2} & 0 & 0 & -\frac{rr}{Lr} + \frac{rr.La}{Lr^2} & \omega S - \omega r \\ 0 & 0 & \frac{rr.La}{Lr.Ls1} & \frac{rr.La}{Lr.Ls2} & \omega S - \omega r & -\frac{rr}{Lr} + \frac{rr.La}{Lr^2} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad U = \begin{bmatrix} V_{sd1} \\ V_{sd2} \\ V_{sq1} \\ V_{sq2} \end{bmatrix}$$

### I.5-Simulation numérique:

La figure (I.3) représente les performances de la conduite de la machine asynchrone triphasée à double stator lors d'un démarrage à vide.

La figure (I.4) représente les performances de la conduite de la machine asynchrone triphasée à double stator lors d'un démarrage avec application d'un couple de charge.

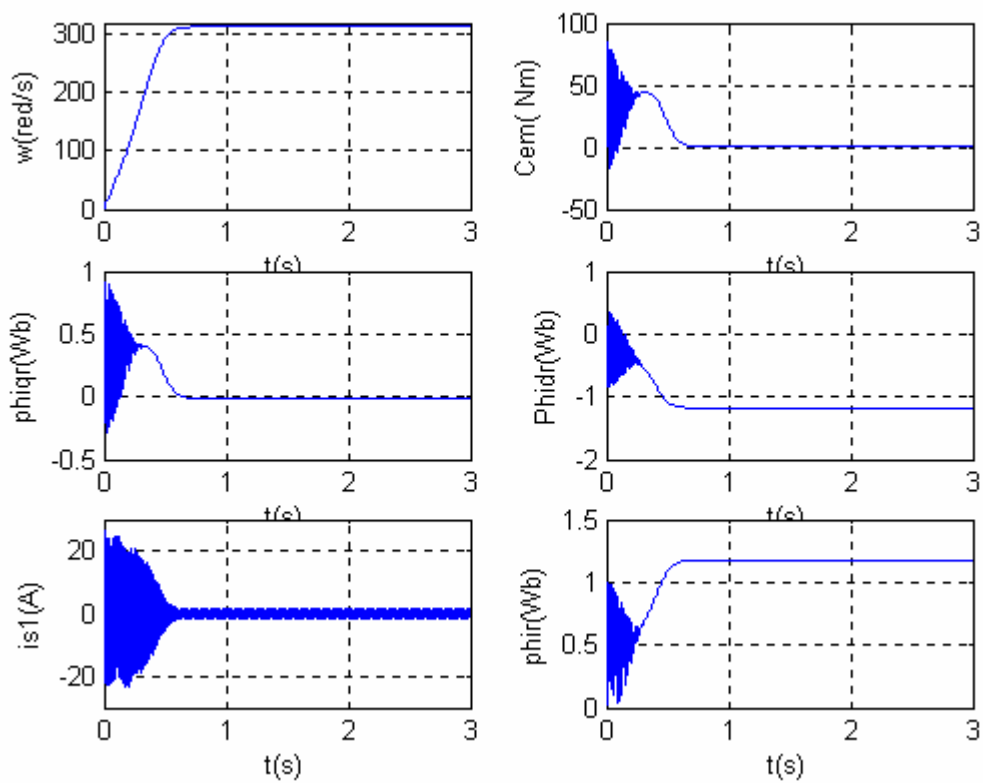


Figure (I-3) : Comportement de la MASDE lors d'un démarrage à vide.



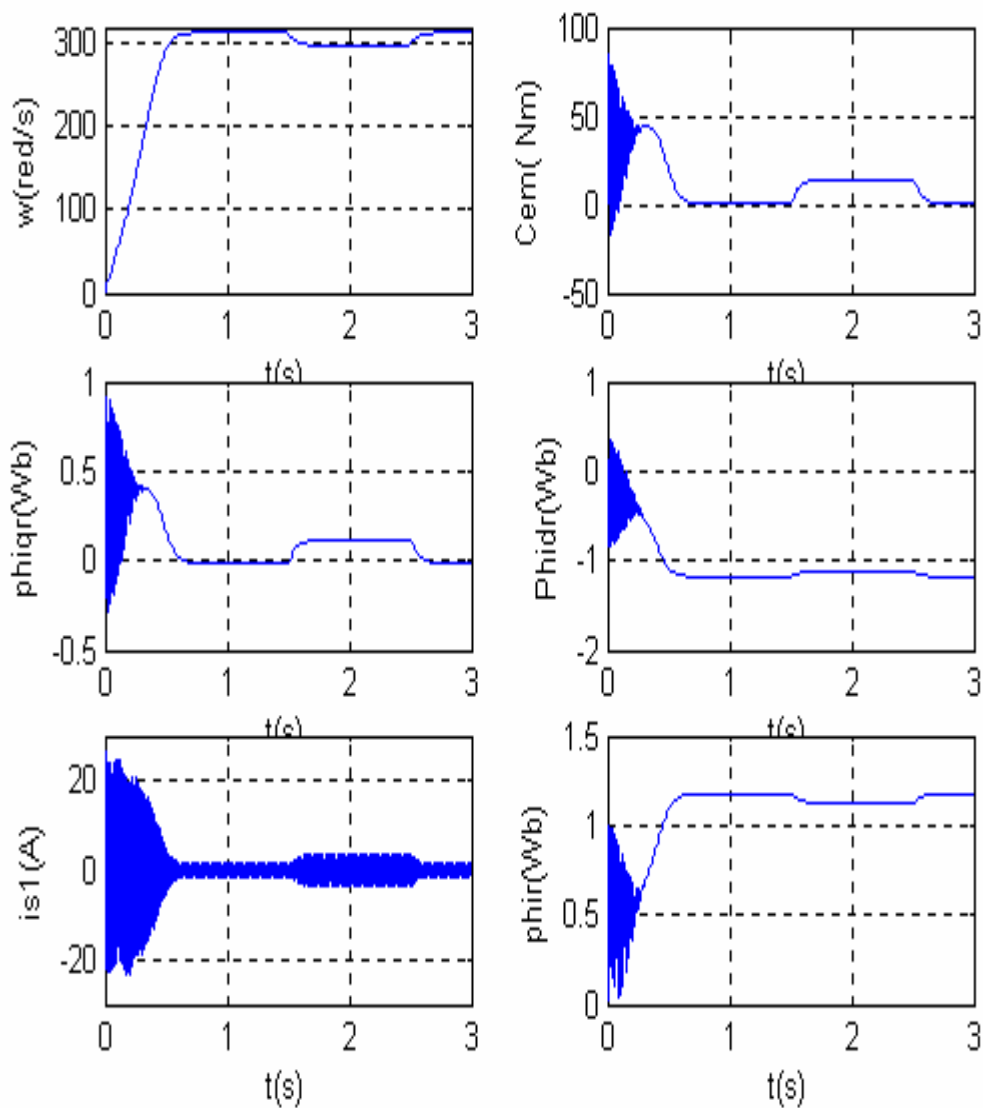


Figure (I-4) : Comportement de la MASDE lors de l'application d'un couple de charge entre deux instants.

## I.6-INTERPRETATION DES RESULTATS

Les performances de la conduite de la machine asynchrone à double étoile montrent que :

- ❖ Lors d'un démarrage à vide (figure I.3), on constate l'importance des courants statoriques qui peuvent être à l'origine de la destruction de la machine par suréchauffement en cas de répétitions excessives. pendant le régime transitoire, le couple électromagnétique est fortement pulsatoire, ce qui explique le bruit engendré par la partie mécanique de la machine.
- ✓ Après le régime transitoire qui dure environ 0.8seconde, la machine atteint pratiquement la vitesse de synchronisme de 314 rd/s puisque la charge est nulle (glissement négligeable).
- ✓ Le couple électromagnétique se stabilise à la valeur 0.31Nm qui compense les pertes par frottement le flux rotorique atteint la valeur de 1.18Wb et le courant statorique est sinusoïdal, sa valeur de crête est de 1.3A.
- ❖ Lors de l'application d'un couple résistant de 14 Nm (égal au couple nominale du moteur) sur l'arbre de la machine (figure I.4), on constate que :
  - ✓ Le couple électromagnétique compense rapidement la perturbation.
  - ✓ Les flux rotoriques en quadrature et directe sont directement affectés ce qui explique le fort couplage entre le couple et la vitesse d'une part et les flux rotoriques d'autre part.
  - ✓ La vitesse chute à 298rd/s correspondant à la vitesse nominale de la machine.

## **I.7-CONCLUSION :**

Dans ce chapitre, nous avons étudié la modélisation de la machine asynchrone à double stator

Cette modélisation nous a permis d'établir un modèle mathématique de cette machine dont la complexité a été réduite moyennant un certain nombre d'hypothèses simplificatrices.

Le modèle de la machine asynchrone à double stator est un système de dix équations différentielles dont les coefficients sont des fonctions périodiques du temps.

La résolution d'un tel système est difficile même avec l'utilisation de l'outil informatique. Afin de simplifier le modèle de la machine asynchrone à double étoile, nous avons utilisé la transformation dite de PARK. Ainsi, le système d'état de la machine a été réduit de dix à sept équations que nous avons validé à travers une simulation numérique.